



БК 6: Теорія ймовірностей та математична статистика

Рівень вищої освіти – *другий (магістерський)*

Дні занять, час занять, аудиторія: будуть доступні згідно з розкладом за посиланням
<http://www.ntu.edu.ua/studentam/rozklad/>

Кафедра прикладної математики

Лекції проводить
доцент кафедри прикладної математики к.п.н. [Гейлик Анастасія Вадимівна](#)

Контактна інформація електронна пошта geilik81@gmail.com
телефон: +380674554188

Адреса, номер кабінету м. Київ, вул. Кирилівська, 9, каб. 223г

Час консультацій Згідно з [графіком консультацій](#)

Практичні заняття проводить
доцент кафедри прикладної математики к.п.н. [Гейлик Анастасія Вадимівна](#)

Контактна інформація електронна пошта geilik81@gmail.com
телефон: +380674554188

Адреса, номер кабінету м. Київ, вул. Кирилівська, 9, каб. 223г

Час консультацій Згідно з [графіком консультацій](#)

Анотація дисципліни

Вивчення теорії ймовірностей та математичної статистики формує важливі інтелектуальні та практичні компетентності, зокрема вміння логічно мислити, аналізувати дані та робити обґрунтовані висновки. Опрацювання статистичних методів сприяє розвитку здатності оцінювати достовірність отриманої інформації, виявляти помилки у висновках і критично ставитися до результатів досліджень. Застосування ймовірнісних моделей дозволяє ефективно оцінювати ризики та прогнозувати можливі наслідки в умовах невизначеності, що є особливо важливим у прийнятті рішень. Крім того, формуються навички збору, обробки, інтерпретації та візуалізації даних за допомогою таблиць, графіків і діаграм, що підвищує здатність до аналітичної роботи та професійної комунікації результатів.

Предметом вивчення навчальної дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика» є закономірності випадкових явищ, способи їх кількісного опису, моделювання та аналізу на основі математичних методів. Вона забезпечує формування знань і навичок, необхідних для

аналізу даних, оцінки ризиків, прогнозування та підтвердження або спростування гіпотез у різних сферах діяльності — від природничих і технічних наук до економіки, соціології та міжнародних відносин.

Міждисциплінарні зв'язки: базується на попередньому вивченні таких дисциплін – «Вища та прикладна математика», «Фізика», «Технологія перевезення вантажів», «Комерційна експлуатація судна», «Організація та управління екіпажем».

Програма навчальної дисципліни складається з таких модулів:

Модуль 1 ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ

Тема 1. Випадкові події та їх ймовірності

Події і простір елементарних подій; операції над елементарними подіями; елементи комбінаторики: перестановки, розміщення, комбінації; класичне, статистичне і геометричне визначення ймовірності. Залежні та незалежні події. Сумісні та несумісні події. Теореми додавання і множення ймовірностей; ймовірність появи хоча б однієї події.

Поняття умовної ймовірності. Обчислення умовних ймовірностей. Гіпотези. Формула повної ймовірності. Формула Байеса.

Повторні незалежні випробування. Схема Бернуллі. Формула Бернуллі. Локальна теорема Муавра-Лапласа. Інтегральна теорема Муавра-Лапласа. Локальна теорема Пуассона.

Тема 2. Випадкові величини та їх розподіли

Поняття випадкової величини. Дискретні та неперервні випадкові величини. Способи задання дискретних випадкових величин. Функція розподілу дискретної випадкової величини. Деякі основні закони розподілу випадкових величин: розподіл Пуассона, геометричний розподіл, гіпергеометричний розподіл.

Неперервні випадкові величини та способи їх задання. Функція розподілу та щільність розподілу неперервної випадкової величини. Деякі основні закони розподілу неперервних випадкових величин: рівномірний розподіл та його властивості, нормальний розподіл та його властивості і роль.

Числові характеристики дискретної випадкової величини: математичне сподівання, дисперсія і середнє квадратичне відхилення; властивості числових характеристик дискретної випадкової величини; початкові і центральні моменти дискретної випадкової величини; асиметрія і ексцес дискретної випадкової величини;

Числові характеристики неперервної випадкової величини та їх властивості.

Тема 3. Системи двох випадкових величин

Система двох випадкових величин, її закон розподілу та числові характеристики складових; кореляційний момент. Коефіцієнт кореляції та його властивості; умовні закони розподілу системи двох випадкових величин; функція розподілу ймовірностей системи двох випадкових величин та її властивості; густина (щільність) розподілу ймовірностей системи двох неперервних випадкових величин та її властивості; умовні закони розподілу ймовірностей складових системи двох неперервних випадкових величин; стохастична залежність між випадковими величинами; поняття функції випадкової величини; закон розподілу та числові характеристики функції випадкового аргументу.

Поняття про закон великих чисел і центральну граничну теорему; теорема Чебишева і стійкість середніх; теорема Бернуллі і стійкість відносних частот; центральна гранична теорема.

Модуль 2 МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

Тема 4. Математична статистика

Первинна обробка емпіричних даних. Поняття генеральної сукупності та вибірки. Варіаційний ряд. Поняття статистичної сукупності. Полігон частот і відносних частот. Гістограма. Емпірична функція розподілу.

Числові характеристики варіаційного ряду: середні значення варіаційного ряду, мода, медіана, стандартне відхилення.

Визначення точкової оцінки параметрів; точкова оцінка математичного сподівання; точкова оцінка дисперсії; метод моментів оцінювання параметрів розподілу; метод максимальної правдоподібності оцінювання параметрів розподілу.

Розподіли точкових оцінок параметрів нормально розподіленої випадкової величини; інтервальні оцінки математичного сподівання нормально розподіленої випадкової величини; інтервальні оцінки дисперсії нормально розподіленої випадкової величини.

Тема 5. Статистична перевірка статистичних гіпотез

Поняття статистичної гіпотези. Нульова та конкуруюча гіпотези. Помилки першого та другого роду. Статистичний критерій перевірки статистичної гіпотези.

Критичні області та їх види. Алгоритм перевірки статистичних гіпотез. Перевірка конкретних статистичних гіпотез: гіпотеза про середнє значення нормального розподілу при відомому σ ; гіпотеза про середнє значення нормального розподілу при невідомому σ ; гіпотеза про дисперсію нормального розподілу; гіпотеза про рівність двох середніх значень; гіпотеза про рівність двох дисперсій; Гіпотеза про нормальний розподіл генеральної сукупності.

Тема 6. Елементи кореляційного, регресійного та дисперсійного аналізу

Визначення наявності та щільності взаємозв'язків між показниками. Лінійні та нелінійні взаємозв'язки. Лінійний коефіцієнт кореляції, обчислення та властивості. Кореляційне відношення.

Способи задання та числові характеристики багатовимірної вибірки. Регресійні моделі. Лінія регресії. Лінійна вибіркова регресійна модель та розрахунок її параметрів. Перевірка лінійної вибіркової регресійної моделі на адекватність. Узагальнена лінійна регресійна модель та її параметри. Перевірка на адекватність узагальненої лінійної регресійної моделі. Гіпотеза про статистичну значимість параметрів узагальненої лінійної регресійної моделі. Поняття про нелінійні регресійні моделі.

Однофакторний дисперсійний аналіз для зв'язних вибірок. Двохфакторний дисперсійний аналіз для незв'язних вибірок. Двохфакторний дисперсійний аналіз для зв'язних вибірок.

Статистичний опис системи двох випадкових величин; вибірковий коефіцієнт кореляції; основні поняття регресійного аналізу; поняття про множинну кореляцію і багатовимірну регресійну модель.

Тема 7. Елементи теорії випадкових процесів

Поняття випадкової функції. Закони розподілу випадкових функцій. Ймовірнісні характеристики випадкових функцій. Випадкові процеси. Випадкові процеси зі зчисленною множиною станів.

Потік подій. Стаціонарні та нестаціонарні потоки подій. Пуассонівський подій потік, його ймовірнісні характеристики.

Ланцюги Маркова. Марківські випадкові процеси, їх ймовірнісні характеристики. Застосування марківських випадкових процесів.

Поняття про систему масового обслуговування (СМО). Основні характеристики: вхідний потік заявок, час обслуговування та ін. СМО з відмовами. Рівняння Ерланга. СМО з очікуваннями. СМО з обмеженнями на довжину черги.

Методи контролю: оцінювання навчальних досягнень здобувачів за усіма видами навчальних робіт проводиться за поточним та підсумковим контролем.

Поточні форми контролю: індивідуальне усне опитування, індивідуальне письмове опитування (тестування), презентація результатів виконаних завдань та досліджень, презентація результатів самостійної роботи; індивідуальні консультації, модульний контроль. Контрольні завдання за модулем включають теоретичні питання та практичні завдання. Модульний контроль з дисципліни здійснюється у вигляді модульної контрольної роботи за розділами та модулями (темами) дисципліни.

У кінці семестру підраховується загальна кількість балів за результатами поточного контролю.

Підсумкова форма контролю знань - у формі заліку.

Джерела для вивчення дисципліни:

1. Ресурси бібліотеки НТУ <http://lib.ntu.edu.ua/catalog/login.html>
2. Віртуальне середовище навчання (Google classroom).

Оцінювання

Загальне оцінювання знань, умінь і навичок студентів складається з суми балів за результатами поточного контролю за семестр та результатами підсумкового контролю у формі заліку. Максимальна сума балів - 100. Мінімальна - 60.

Контроль протягом семестру							Підсумковий контроль (залік)	Сума балів	
Модуль 1			Модуль 2			Модуль 3 (ІЗ)			
Тема 1	Тема 2	Тема 3	Тема 4	Тема 5	Тема 6	Тема 7			
Для денної форми здобуття вищої освіти: - активність під час навчальних занять (відповідь під час усного фронтального опитування, під час дискусійного обговорення теми заняття тощо) – <u>_4_</u> ; - поточні види робіт (підготовка презентації, доповіді, опрацювання задач, тестування тощо) – <u>_36_</u> ; - модульна контрольна робота № 1 – <u>_10_</u> ; - модульна контрольна робота № 2 – <u>_10_</u> .							Не передбачено освітньою програмою та навчальним планом	40	100
Для заочної форми здобуття вищої освіти: - активність під час навчальних занять (відповідь під час усного фронтального опитування, під час дискусійного обговорення теми заняття тощо) – <u>_20_</u> ; - виконання контрольної роботи - <u>_40_</u> .							Не передбачено освітньою програмою та навчальним планом		

Критерії оцінювання: Додаток 1 до Положення про організацію освітнього процесу у Національному транспортному університеті

http://vstup.ntu.edu.ua/pro_orhanizatsiyu_osvitnoho_protseesu.pdf

Політика несвоєчасного проходження контрольних заходів.

Поточний та підсумковий контроль проводяться згідно з графіком освітнього процесу та встановленими Науково-методичною радою НТУ графіками. У випадку неявки здобувача вищої освіти на підсумковий контроль з поважних причин можливе індивідуальне проведення контролю в узгоджений з викладачем термін за наявності дозволу директорату Навчально-наукового інституту управління, технологій та правових наук.

Повторне складання екзамену у випадку отримання незадовільної оцінки допускається не більше двох разів: один раз – викладачу, другий – комісії, яка створюється директором Навчально-наукового інституту управління, технологій та правових наук.

При поданні індивідуального завдання пізніше встановленого терміну без поважної причини оцінка буде знижена на 10 %. Технічні проблеми (поломка обладнання, проблеми з друком) не є поважною причиною для несвоєчасного подання індивідуального завдання.

Політика перескладання. Упродовж тижня після оголошення результатів поточного контролю здобувач освіти може звернутися до оцінювача за роз'ясненням і/або з незгодою щодо отриманої оцінки. У випадку незгоди з рішенням оцінювача щодо результатів підсумкового контролю здобувач освіти може звернутися до оцінювача з незгодою щодо отриманої оцінки у день її оголошення. Повторне проходження підсумкового контролю з метою підвищення позитивної оцінки не допускається.

Політика відвідування та / або активності. Відвідування навчальних занять є обов'язковим для здобувача освіти. Невиконання здобувачем освіти завдань, що визначені індивідуальним навчальним планом практичних/семінарських/лабораторних занять, через відсутність на заняттях є підставою для прийняття рішення про недопущення до підсумкового контролю. За рішенням директора Навчально-наукового інституту управління, технологій та правових наук передбачається надання можливості виконати пропущені завдання за індивідуальним графіком (але не пізніше, ніж до завершення підсумкового контролю).

Академічна доброчесність: http://vstup.ntu.edu.ua/polozhennyantu_dobroch.pdf

Порушеннями академічної доброчесності є:

- академічний плагіат;
- фальсифікація;
- списування;
- обман;
- неправомірна вигода;
- хабарництво.

При проходженні контролю (поточного або підсумкового) особа, яка проходить контроль, не має права використовувати будь-яку зовнішню (сторонню) допомогу. Якщо оцінювач підозрює особу, що проходить контроль, у використанні недозволених допоміжних засобів, він має право запропонувати їй вчинити дії, які б спростували підозру. У разі відмови від вчинення дій зі спростування підозри, списування, використання недозволених допоміжних засобів чи зовнішньої допомоги (обману) результат оцінюється як «незадовільно».

Поведінка в аудиторії. Ноутбуки та портативні пристрої можна використовувати **ВИКЛЮЧНО** з навчальною метою за вказівкою викладача. Неправомірне використання ноутбуків чи портативних пристроїв вважатиметься порушенням дисципліни, викладач має право ініціювати дії з унеможливлення їх використання.

В аудиторії забороняється вживання їжі, напоїв (за винятком води). Здобувачі вищої освіти та викладачі повинні дотримуватися етичних норм поведінки.

Здобувачам вищої освіти з обмеженими можливостями або особливими потребами слід до початку семестру звернутися до директорату Навчально-наукового інституту управління, технологій та правових наук та обговорити питання організації навчання.

При виникненні у здобувача вищої освіти проблем зі здоров'ям, які можуть заважати навчанню, слід звернутися до медичного закладу та повідомити про це директорат Навчально-наукового інституту управління, технологій та правових наук.

Скарги, пропозиції, зауваження та повідомлення про наявність конфліктних ситуацій в рамках освітніх програм здобувачі можуть надсилати на електронну адресу general@ntu.edu.ua або скористатися скринькою довіри, яка розміщена при вході в університет.

Електронна скринька для звернень до психологічної служби: philosophy@ntu.edu.ua.

Канали зв'язку з розробником силабусу:

електронна пошта geilik81@gmail.com

телефон: +380674554188

Рекомендована література:

1. Огірко, О. І., Галайко, Н. В. *Теорія ймовірностей та математична статистика* : навч. посіб. / О. І. Огірко, Н. В. Галайко. – Львів : ЛьвДУВС, 2017. – 292 с.
2. Васильків, І. М. *Основи теорії ймовірностей і математичної статистики* : навч. посіб. / І. М. Васильків. – Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2020. – 184 с.
3. Голомозий, В. В., Карташов, М. В., Ральченко, К. В. *Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики* : навч. посіб. / В. В. Голомозий, М. В. Карташов, К. В. Ральченко. – Київ : Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2015. – 366с.
4. Вигоднер, І. В., Білоусова, Т. П., Ляхович, Т. П. *Теорія ймовірностей та математична статистика* : навч. посіб. / І. В. Вигоднер, Т. П. Білоусова, Т. П. Ляхович. – Київ : Гельветика, 2019. – 336 с.